**Билеты для проведения муниципального публичного зачёта**

**по математике в 11 классах (профильный уровень)**

**Билет №1**

**1.** а) Решите уравнение 

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

**2.** Решите неравенство: 

**3.** В прямоугольном треугольнике *ABC* точки *M* и *N* — середины гипотенузы *AB* и катета *BC* соответственно. Биссектриса угла *BAC* пересекает прямую *MN* в точке *L*.

а) Докажите, что треугольники *AML* и *BLC* подобны.

б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если 

**Билет №2**

**1.** а) Решите уравнение: 

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку 

**2.** Решите неравенство 

**3.** На сторонах *AD* и *BC* параллелограмма *ABCD* взяты соответственно точки *M* и *N*, причём *M* — середина *AD*, а *BN* : *NC* = 1 : 3.

а) Докажите, что прямые *AN* и *AC* делят отрезок *BM* на три равные части.

б) Найдите площадь четырёхугольника, вершины которого находятся в точках *С*, *N* и точках пересечения прямой *BM* c прямыми *AN* и *AC*, если площадь параллелограмма *ABCD* равна 48.

**Билет №3**

**1.** а) Решите уравнение 

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

**2.** Решите неравенство 

**3.** Медианы *AA*1, *BB*1 и *CC*1 треугольника *ABC* пересекаются в точке *M*. Известно, что *AC* = 3*MB*.

а) Докажите, что треугольник *ABC* прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан *AA*1 и *CC*1, если известно, что *AC* = 10.

**Билет №4**

**1.** а) Решите уравнение 

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

**2.** Решите неравенство 

**3.** Точка *Е* — середина стороны *BС* квадрата *АВСD*. Серединные перпендикуляры к отрезкам *АЕ* и *ЕС* пересекаются в точке *O*.

а) Докажите, что .

б) Найдите .

**Билет №5**

**1.** а) Решите уравнение 

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

**2.** Решите неравенство 

**3.** В трапеции *ABCD* с основаниями *ВС* и *AD* углы *ABD* и *ACD* прямые.

а) Докажите, что *АВ* = *CD*.

б) Найдите *AD*, если *AB* = 2, *BC* = 7.

**Билет №6**

**1.** Решите уравнение 

**2.** Решите неравенство: 

**3.** В треугольнике *ABC* угол *ABC* тупой, *H* — точка пересечения продолжений высот, угол *AHC* равен 60°.

а) Докажите, что угол *ABC* равен 120°.

б) Найдите *BH*, если 

**Билет №7**

**1.** а) Решите уравнение 

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

**2.** Решите неравенство 

**3.** Дана трапеция *ABCD* с основаниями *AD* и *BC*. Диагональ *BD* разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями *AD* и *CD*.

а) Докажите, что луч *AC* — биссектриса угла *BAD* .

б) Найдите *CD*, если известны диагонали трапеции: *AC* = 15 и *BD* = 8,5.

**Билет №8**

**1.** Решите уравнение 

**2.** Решите неравенство: 

**3.** Точки *B*1 и *C*1 лежат на сторонах соответственно *AC* и *AB* треугольника *ABC*, причём *AB*1 : *B*1*C* = *AC*1 : *C*1*B*. Прямые *BB*1 и *CC*1 пересекаются в точке *O*.

а) Докажите, что прямая *AO* делит пополам сторону *BC*.

б) Найдите отношение площади четырёхугольника *AB*1*OC*1 к площади треугольника *ABC*, если известно, что *AB*1 : *B*1*C* = *AC*1 : *C*1*B* = 1 : 4.

**Билет №9**

**1.** Решите уравнение 

**2.** Решите неравенство 

**3.** Две окружности с центрами *O*1 и *O*2 пересекаются в точках *A* и *B*, причём точки *O*1 и *O*2 лежат по разные стороны от прямой *AB*. Продолжения диаметра *CA* первой окружности и хорды *CB* этой окружности пересекают вторую окружности в точках *D* и *E* соответственно.

а) Докажите, что треугольники *CBD* и *O*1*AO*2 подобны.

б) Найдите *AD*, если  радиус второй окружности втрое больше радиуса первой и *AB* = 3.

**Билет №10**

**1.** а) Решите уравнение 

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

**2.** Решите неравенство 

**3.** Две окружности касаются внешним образом в точке *K*. Прямая *AB* касается первой окружности в точке *A*, а второй — в точке *B*. Прямая *BK* пересекает первую окружность в точке *D*, прямая *AK* пересекает вторую окружность в точке *C*.

а) Докажите, что прямые *AD* и *BC* параллельны.

б) Найдите площадь треугольника *AKB*, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

**Билет №11**

**1.** а) Решите уравнение: 

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

**2.** Решите неравенство 

**3.** Точка *O* — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника *ABC*, а *BH* — высота этого треугольника.

а) Докажите, что углы *ABH* и *CBO* равны.

б) Найдите *BH*, если 

**Билет №12**

**1.** а) Решите уравнение 

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

**2.** Решите неравенство 

**3.** Около равнобедренного треугольника *ABC* с основанием *BC* описана окружность. Через точку *C* провели прямую, параллельную стороне *AB*. Касательная к окружности, проведённая в точке *B,* пересекает эту прямую в точке *K*.

а) Докажите, что треугольник *BCK* — равнобедренный.

б) Найдите отношение площади треугольника *ABC* к площади треугольника *BCK,* если 

**Билет №13**

**1.** а) Решите уравнение



б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

**2.** Решите неравенство 

**3.** Четырёхугольник *ABCD* вписан в окружность радиуса . Известно, что 

а) Докажите,что прямые *BC* и *AD* параллельны.

б) Найдите *AD.*

**Билет №14**

**1.** а) Решите уравнение 

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

**2.** Решите неравенство 

**3.** Окружность проходит через вершины *A*, *B* и *D* параллелограмма *ABCD*, пересекает сторону *BC* в точках *B* и *E* и пересекает сторону *CD* в точках *K* и *D*.

а) Докажите, что *AE* = *AK*.

б) Найдите *AD*, если *CE* =10 , *DK* = 9 и 

**Билет №15**

**1.** а) Решите уравнение 

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку 

**2.** Решите неравенство .

**3.** Четырёхугольник *ABCD* вписан в окружность радиуса *R* = 8. Известно, что 

а) Докажите,что прямые *BC* и *AD* параллельны.

б) Найдите *AD.*